Commission scolaire de la Capitale

PÉRIMÈTRE ET SURFACE (AIRES)
D'UNE FIGURE SIMPLE

MATHÉMATIQUES

CAHIER D'EXERCICES

Les Services de la formation professionnelle
et de l'éducation des adultes

FP9706
C201206

TABLE DES MATIÈRES

1) EXPLICATION

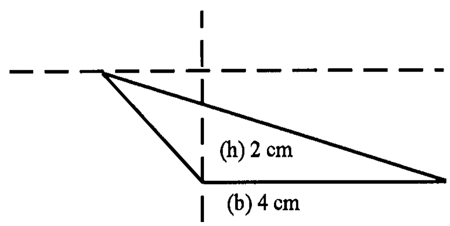
La surface (ou l'aire) est l'étendue que couvre une forme géométrique. Cette mesure s'exprime en mettant l'unité au carré, c'est-à-dire en ajoutant l'exposant 2 après le symbole de l'unité de mesure linéaire du système international, en l'occurrence le système métrique (exemple : mm², cm², m², km², etc.) ou en ajoutant l'abréviation « ca » après l'unité de mesure linéaire du système impérial (exemple : po ca, pi ca, v ca, mi ca, etc.). Le symbole de la surface est A.

1.1 La surface des triangles

La surface d'un triangle (tous les types de triangles) est égale à la moitié du produit de la base par la hauteur :

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Exemple n° 1 (triangle obtus scalène) :



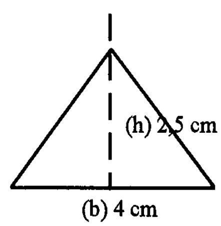
$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{4\text{ cm} \times 2\text{ cm}}{2}$$

$$A = \frac{8\text{ cm}^2}{2}$$

$$A = 4\text{ cm}^2$$

Exemple n° 2 (triangle isocèle) :



$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{4\text{ cm} \times 2{,}5\text{ cm}}{2}$$

$$A = \frac{10\text{ cm}^2}{2}$$

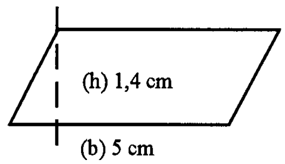
$$A = 5\text{ cm}^2$$

1.2 La surface des parallélogrammes (le parallélogramme en tant que tel, le losange, le rectangle et le carré)

1.2.1 Le parallélogramme en tant que tel, le rectangle et le carré

La surface d'un parallélogramme égale le produit de la base par la hauteur : $A = b \times h$

Exemple no 1 (parallélogramme en tant que tel) :

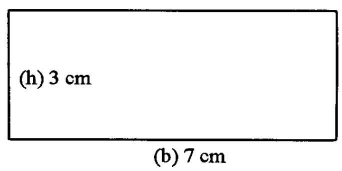


$A = b \times h$

$A = 5 \text{ cm} \times 1{,}4 \text{ cm}$

$A = 7 \text{ cm}^2$

Exemple no 2 (rectangle) :

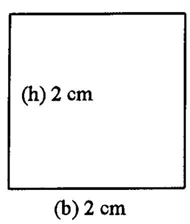


$A = b \times h$

$A = 7 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$

$A = 21 \text{ cm}^2$

Exemple no 3 (carré) :



$A = b \times h$

$A = 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$

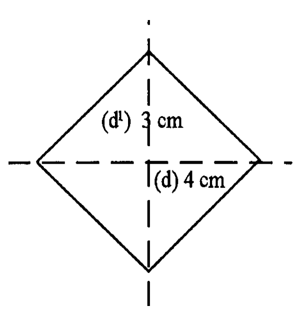
$A = 4 \text{ cm}^2$

1.2.2 Le losange

La surface d’un losange égale le demi-produit de ses deux diagonales :

$$A = \frac{d \times d'}{2}$$

Exemple :



$$A = \frac{d \times d'}{2}$$

$$A = \frac{4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{2}$$

$$A = \frac{12 \text{ cm}^2}{2}$$

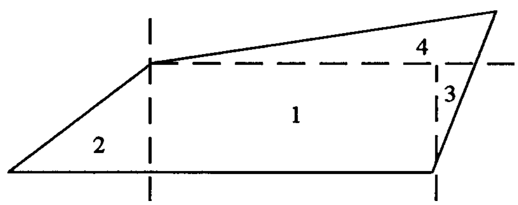
$$A = 6 \text{ cm}^2$$

1.3 La surface des quadrilatères en tant que tels, des trapèzes et des cerfs-volants

1.3.1 Le quadrilatère en tant que tel

Pour mesurer la surface d'un quadrilatère en tant que tel, il faut repérer à l'intérieur du quadrilatère les triangles, les carrés et les rectangles qui le composent. L'addition des surfaces de toutes ces formes permet d'établir la surface totale du quadrilatère.

Exemple :



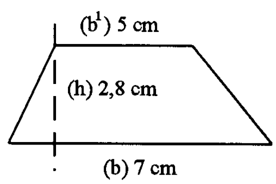
Ce quadrilatère comporte un rectangle (1), deux triangles rectangles (2 et 3) et un triangle obtus (4). Pour mesurer la surface totale de ce quadrilatère, il faut mesurer la longueur de chacun des côtés des formes qui le composent. Ensuite, il faut mesurer la surface de chacune de ces formes. L'addition des surfaces permet alors d'obtenir la surface totale du quadrilatère.

1.3.2 Le trapèze

La surface d'un trapèze égale le demi-produit de la somme des deux bases par la hauteur :

$$A = \frac{(b + b') h}{2}$$

Exemple :



$$A = \frac{(b + b') h}{2}$$

$$A = (7 \text{ cm} + 5 \text{ cm})\ 2{,}8 \text{ cm}$$

$$A = \frac{12 \text{ cm} \times 2{,}8 \text{ cm}}{2}$$

$$A = \frac{33{,}6 \text{ cm}^2}{2}$$

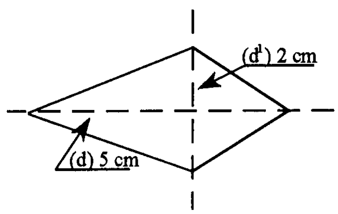
$$A = 16{,}8 \text{ cm}^2$$

1.3.3 Le cerf-volant

La surface d'un cerf-volant égale le demi-produit de ses diagonales. En fait, il s'agit de la même formule qui permet de mesurer la surface d'un losange :

$$A = \frac{d \times d^2}{2}$$

Exemple :



$$A = \frac{d \times d'}{2}$$

$$A = \frac{5\text{ cm} \times 2\text{ cm}}{2}$$

$$A = \frac{10\text{ cm}^2}{2}$$

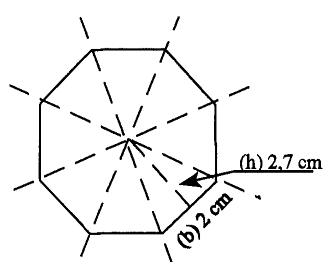
$$A = 5\text{ cm}^2$$

1.4 La surface des polygones

1.4.1 Le polygone régulier

Le polygone régulier compte autant de triangles isocèles identiques qu'il compte de côtés. Pour mesurer la surface d'un polygone, il faut mesurer la surface d'un de ces triangles et multiplier le résultat par le nombre de côtés du polygone.

Exemple (octogone, c'est-à-dire huit côtés) :



Surface du triangle :

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{2\text{ cm} \times 2{,}7\text{ cm}}{2}$$

$$A = \frac{5{,}4\text{ cm}^2}{2}$$

$$A = 2{,}7\text{ cm}^2$$

Puisque cet octogone compte huit côtés, donc huit triangles, il faut mesurer la surface du triangle par huit :

$8 \times A$

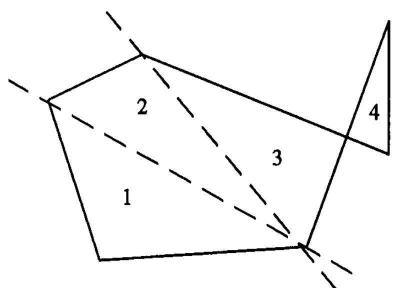
$8 \times 2{,}7\ cm^2$

$21{,}6\ cm^2$ = surface de l'octogone

1.4.2 Le polygone irrégulier

À l'instar du quadrilatère en tant que tel, on mesure la surface d'un polygone irrégulier en repérant à l'intérieur du polygone les triangles, les carrés et les rectangles qui le composent. L'addition des surfaces de toutes ces formes permet d'établir la surface totale du quadrilatère.

Exemple (polygone réflexe) :



Quatre triangles aigus scalènes composent ce polygone irrégulier. Pour mesurer la surface totale de ce polygone, il faut mesurer la longueur de chacun des côtés des triangles qui le composent. Ensuite, il faut mesurer la surface de chacun des triangles. L'addition des surfaces permet alors d'obtenir la surface totale du polygone.

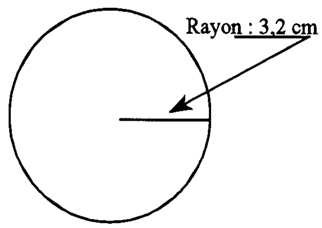
1.5 La surface des cercles, des anneaux de cercle et des secteurs de cercle

1.5.1 Le cercle

La surface d'un cercle égale le produit du carré du rayon par π :

$$A = \pi r^2$$

Exemple :



$$A = \pi r^2$$

$$A = 3{,}1416 \times 3{,}2^2$$

$$A = 3{,}1416 \times 10{,}24$$

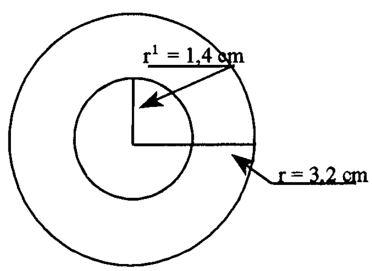
$$A = 32{,}17 \text{ cm}^2$$

1.5.2 L'anneau de cercle

La surface d'un anneau est le produit du carré du résultat de la soustraction du grand et du petit rayon par π :

$$A = (r - r')^2 \pi$$

Exemple :



$$A = (r - r')^2 \pi$$

$$A = (3{,}2 \text{ cm} - 1{,}4 \text{ cm})^2 \times 3{,}1416$$

$$A = 1{,}8^2 \times 3{,}1416$$

$$A = 3{,}24 \text{ cm}^2 \times 3{,}1416$$

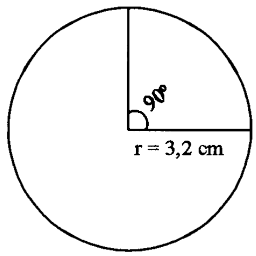
$$A = 10{,}18 \text{ cm}^2$$

1.5.3 Le secteur de cercle

Un secteur de cercle est une portion (c'est-à-dire une fraction) d'un cercle. Cette portion s'exprime en fraction. Puisqu'un cercle mesure 360 °, le secteur à mesurer doit aussi être rapporté en degrés. La mesure en degrés du secteur à mesurer est le numérateur, tandis que la mesure du cercle (toujours 360 °) est le dénominateur. Ainsi, la surface d'un secteur de cercle est le produit de sa fraction par la surface totale du cercle :

$$A = \left(\frac{\_\,^\circ}{360\,^\circ}\right) \pi r^2$$

Exemple :



$$A = \left(\frac{\_\,^{\circ}}{360^{\circ}}\right) \pi r^2$$

$$A = \left(\frac{90^{\circ}}{360^{\circ}}\right) \times 3{,}1416 \times 3{,}2^2$$

$$A = 0{,}25 \times 3{,}1416 \times 10{,}24$$

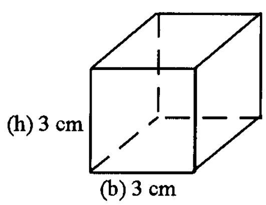
$$A = 8{,}04 \text{ cm}^2$$

1.6 La surface des cubes

Pour mesurer la surface d'un cube, il faut additionner la surface de chacun des six côtés qui le composent :

$$A = 6\,(b \times h)$$

Exemple :



$$A = 6\,(b \times h)$$

$$A = 6\,(3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm})$$

$$A = 6 \times 9 \text{ cm}^2$$

$$A = 54 \text{ cm}^2$$

1.7 La surface des cylindres circulaires droits

Pour mesurer la surface d'un cylindre circulaire droit, il faut mesurer la surface des deux cercles de base et la surface latérale (c'est-à-dire le rectangle en rouleau) qui le composent. L'addition de ces surfaces égale la surface totale du cylindre.

La surface latérale égale deux fois le produit du rayon par la hauteur et par π :

$$A = 2\,\pi\, r\, h$$

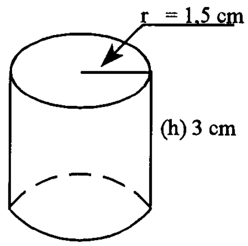
La surface des deux cercles de base égale deux fois le produit du carré du rayon par π :

$$A = 2\,\pi\, r^2$$

Donc la surface totale du cylindre est :

$$A = 2\,\pi\, r\, h + 2\,\pi\, r^2$$

Exemple :



Surface latérale : $A = 2 \pi r h$

$A = 2 \times 3{,}1416 \times 1{,}5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$

$A = 28{,}27 \text{ cm}^2$

La surface des deux cercles de base :

$A = 2 \pi r^2$

$A = 2 \times 3{,}1416 \times 1{,}5^2$

$A = 2 \times 3{,}1416 \times 2{,}25 \text{ cm}^2$

$A = 14{,}14 \text{ cm}^2$

Enfin, la surface totale du cylindre :

$28{,}27 \text{ cm}^2 + 14{,}14 \text{ cm}^2 = 42{,}41 \text{ cm}^2$

$A = 42{,}41 \text{ cm}^2$

1.8 La surface des cônes circulaires

Pour mesurer la surface d'un cône circulaire, il faut mesurer la surface du cercle de base et la surface conique (c'est-à-dire le cornet) qui le composent. L'addition de ces surfaces égale la surface totale du cône.

La surface conique égale le produit du rayon par l'apothème (la longueur du cône) et par π :

$$A = \pi r L$$

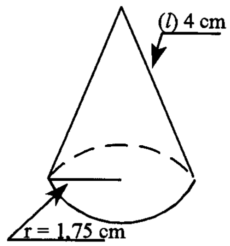
La surface du cercle de base égale le produit du carré du rayon par π :

$$A = \pi r^2$$

Donc la surface totale du cône est :

$$A = \pi r L + \pi r^2$$

Exemple :



Surface conique : $A = \pi\, r\, L$

$A = 3,1416 \times 1,75\ cm \times 4\ cm$

$A = 21,99\ cm^2$

La surface du cercle de base :

$A = \pi\, r^2$

$A = 3,1416 \times 1,75^2$

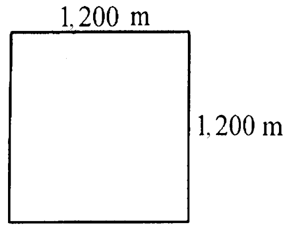
$A = 3,1416 \times 3,06\ cm^2$

$A = 9,61\ cm^2$

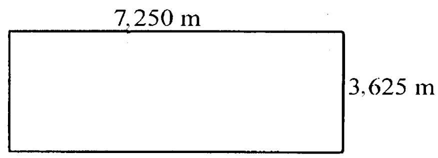
Enfin, la surface totale du cône : $21,99\ cm^2 \times 9,61\ cm^2 = 31,6\ cm^2$

2) EXERCICES

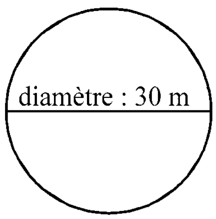
1. Calculer l'aire



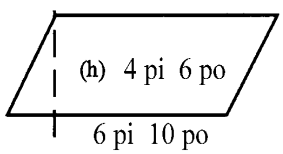
2. Calculer l'aire



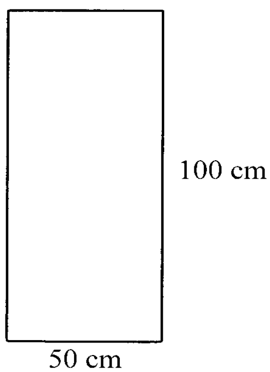
3. Calculer l'aire



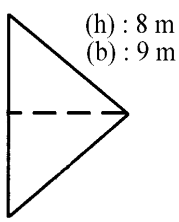
4. Calculer l'aire



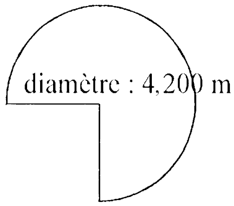
5. Calculer l'aire



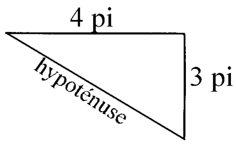
6. Calculer l'aire



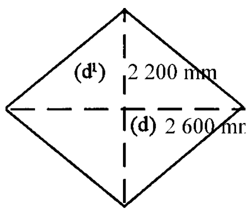
7. Calculer l'aire



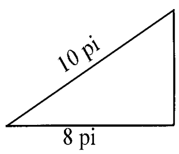
8. Calculer l'aire



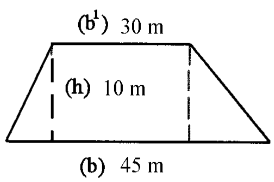
9. Calculer l'aire



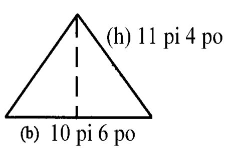
10. Calculer l'aire



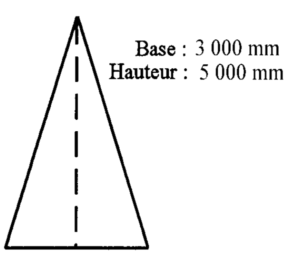
11. Calculer l'aire



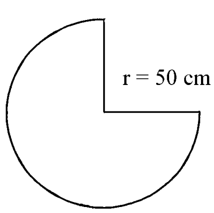
12. Calculer l'aire



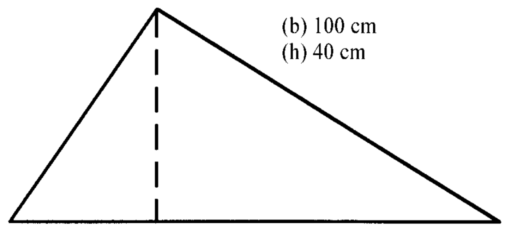
13. Calculer l'aire



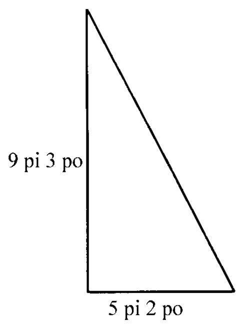
14. Calculer l'aire



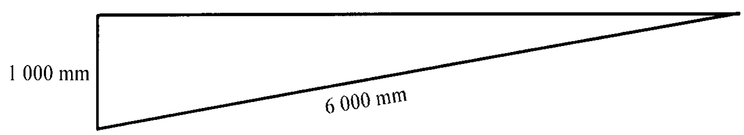
15. Calculer l'aire



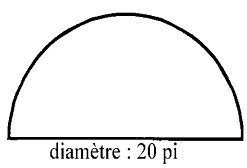
16. Calculer l'aire



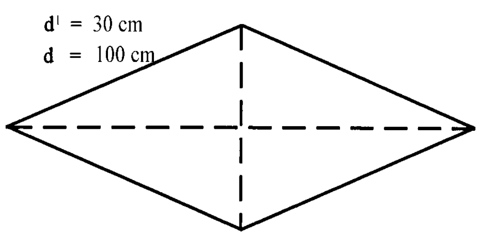
17. Calculer l'aire



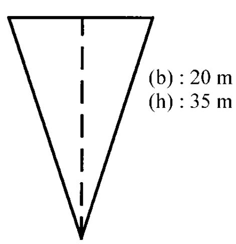
18. Calculer l'aire



19. Calculer l'aire



20. Calculer l'aire



3) CORRIGÉ

1- 1,44 m²

2- 26,281 m²

3- 706,86 m²

4- 30,73 pi²

5- 5 000 cm²

6- 36 m²

7- 10,390 m²

8- 6 pi²

9- 2,86 m²

10- 24 pi²

11- 375 m²

12- 59,48 pi²

13- 7,5 m²

14- 5 890,5 cm²

15- 2 000 cm²

16- 23,86 pi²

17- 2,958 m²

18- 157,08 pi²

19- 1 500 cm²

20- 350 m²